

Konsistente Sterblichkeitsprojektionen in Abhängigkeit von Alter, Kalender- und Geburtsjahr

**Marie-Christine Aleksic
Matthias Börger**

März 2012

Helmholtzstraße 22
D-89081 Ulm
phone +49 (0) 731/50-31230
fax +49 (0) 731/50-31239
email ifa@ifa-ulm.de

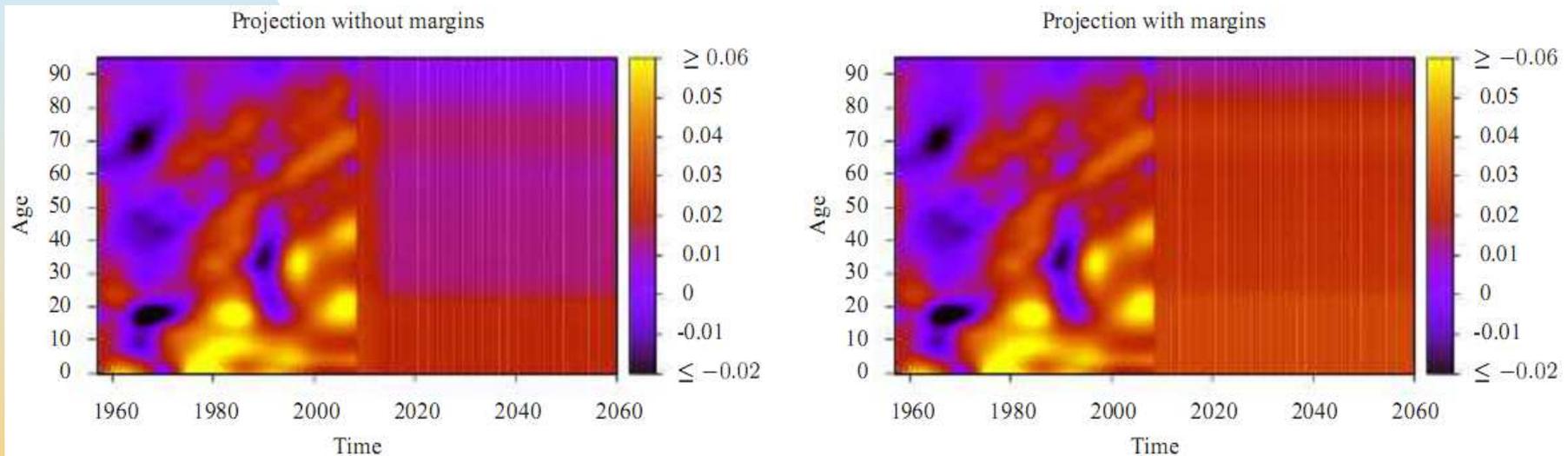
ifa

Institut für Finanz- und
Aktuarwissenschaften



Motivation

- Schwachstellen in vielen Standard-Projektionen weltweit
- Beispiel: Projektion der Sterbetafel DAV 2004 R

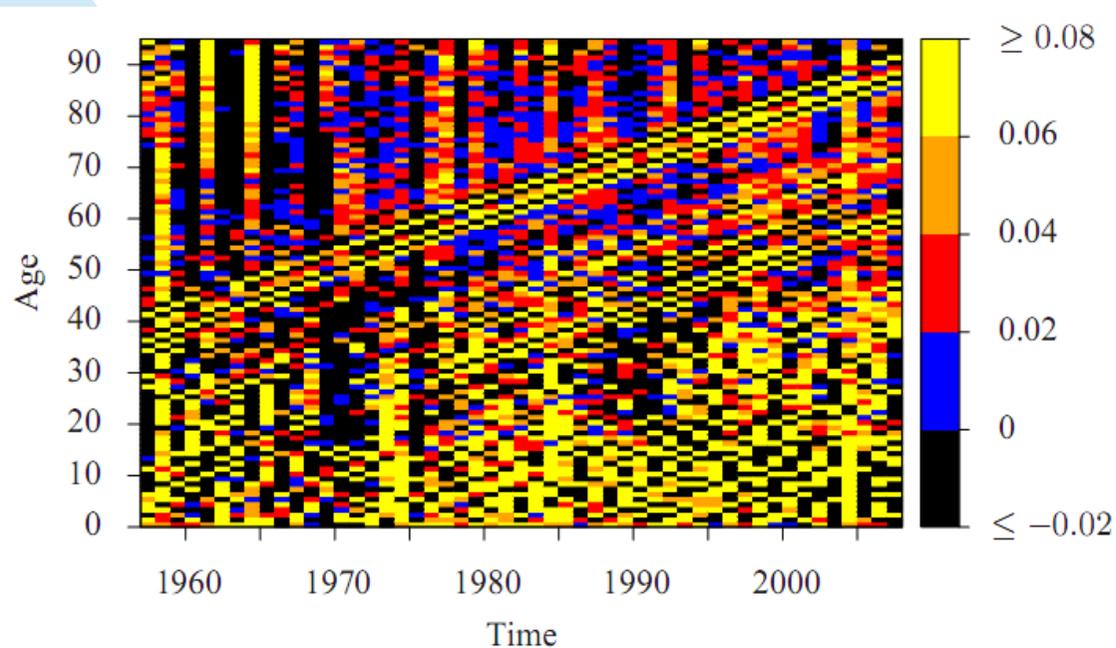


- Strukturbruch zwischen historischen und prognostizierten Sterblichkeitsverbesserungen
- Keine Kohorteneffekte
- Möglicherweise eine deutliche Unterschätzung der zukünftigen Sterblichkeitsverbesserungen

→ Ziel: Verbesserung dieser Projektionen

Modellstruktur

Rohe Sterblichkeitsverbesserungen westdeutscher Männer:



- **Perioden- und Kohorteneffekte offensichtlich**
- **Altersabhängigkeit besteht ebenfalls.**
- **Einfachstes Modell, welches alle 3 Effekte berücksichtigt:**

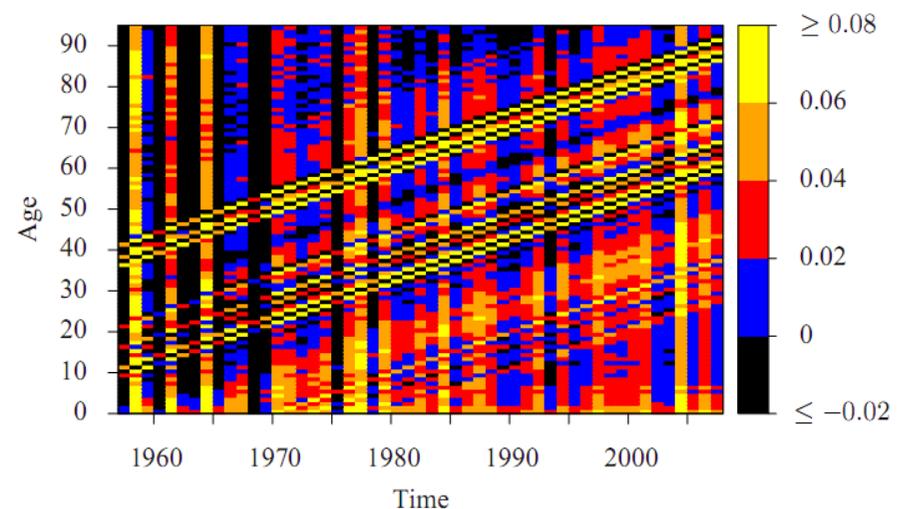
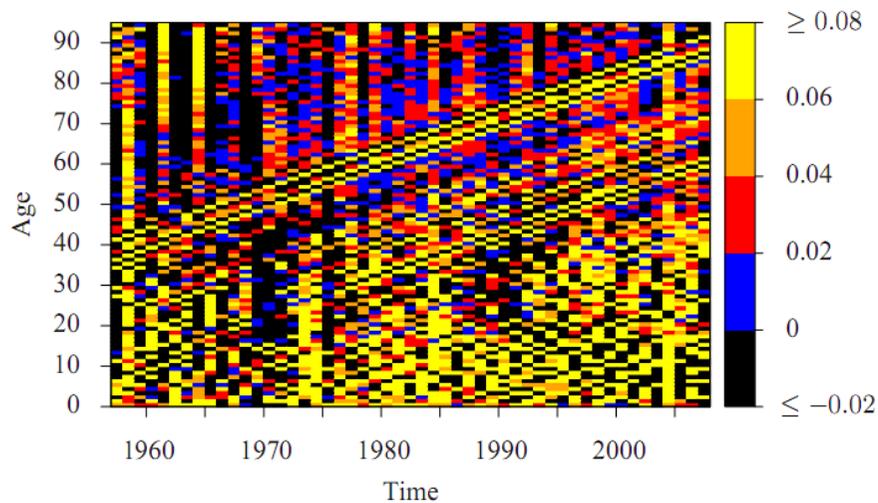
$$v(x, t) = a_x + p_t + c_{t-x}$$

Modelleinschränkungen

- **Zufallsschwankungen in den ersten und letzten Kohortenparametern**
 - Grund: Kalibrierung an nur wenige Datenpunkte
 - Fixierung als Durchschnitt aller anderen Kohortenparameter
 - Anzahl der zu fixierenden Kohortenparameter hängt vom Datensatz ab.
- **Modellkalibrierung ist nicht eindeutig**
 - Größere Altersparameter könnten z.B. durch kleinere Periodenparameter ausgeglichen werden.
 - Durchschnitt der Periodenparameter soll null sein (stellt keine Einschränkung des Modells dar).
 - Weitere Annahme um Projektion zu vereinfachen: Auch Durchschnitt der Kohortenparameter sei null.
 - "Substanzielle" Sterblichkeitsverbesserungen nur durch die Altersparameter

Modellkalibrierung

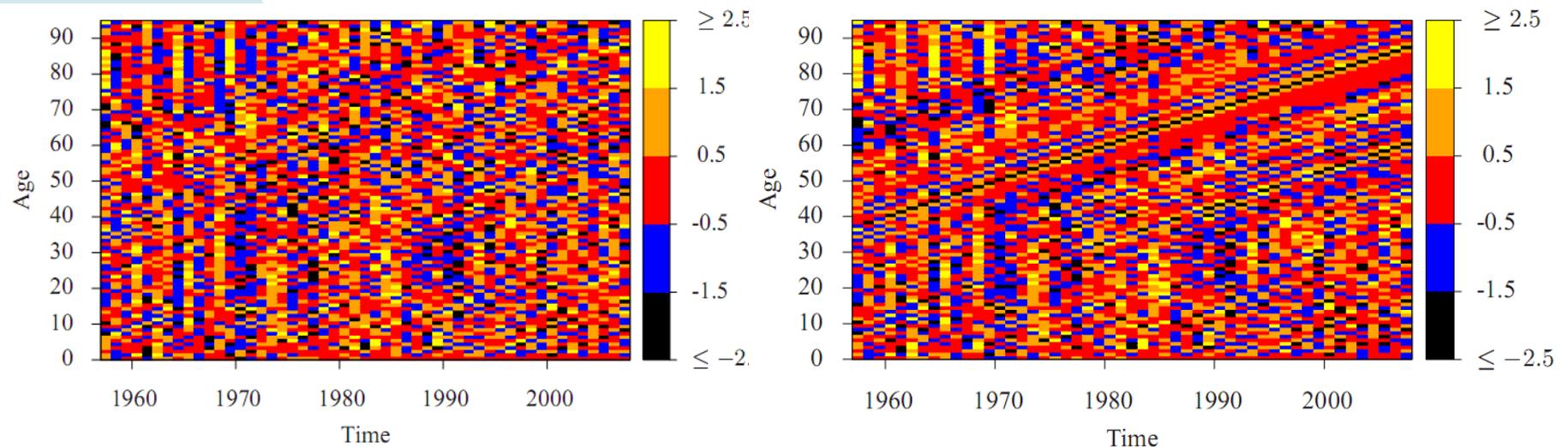
- **Parameterschätzung über Methode der iterativen gewichteten kleinsten Quadrate**
 - Gewichtung ist notwendig um größere Schwankungen in jungen Altern auszugleichen.
 - Stopp der Iteration wenn sich die Modellparameter nur noch um weniger als 0,1% ändern (6 Iterationsschritte)
- **Rohe und modellierte Sterblichkeitsverbesserungen:**



- Große strukturelle Übereinstimmungen
- Modell scheint lediglich Zufallsschwankungen zu eliminieren.

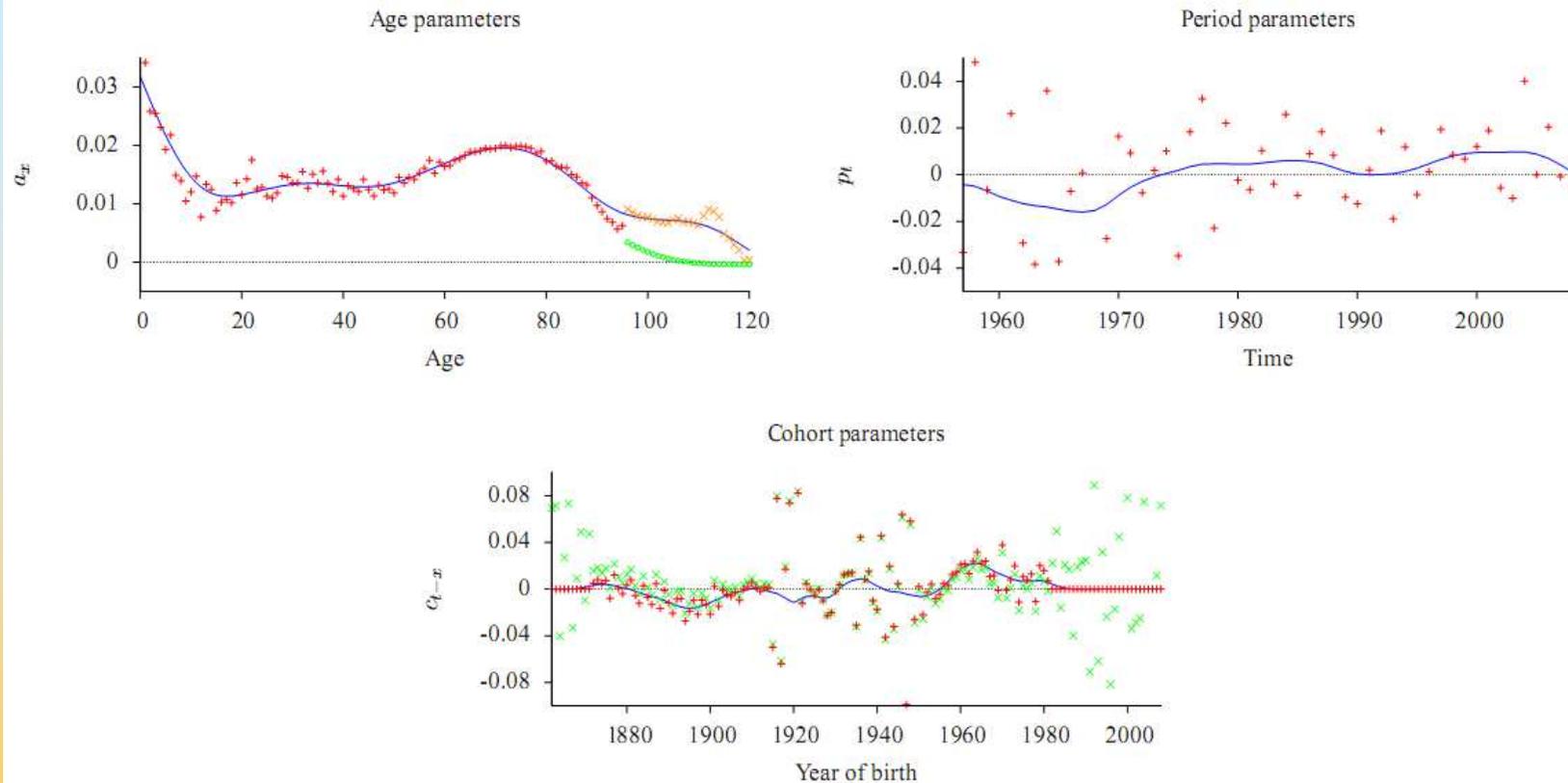
Analyse der Residuen

- **Standardisierte Residuen für vollständiges Modell und eingeschränktes Modell ohne Kohortenparameter:**



- **Residuen des vollständigen Modells enthalten nahezu keine Struktur.
→ Modellspezifikation scheint geeignet**
- **Verzicht auf Kohortenparameter erscheint nicht zulässig.**

Kalibrierungsergebnisse

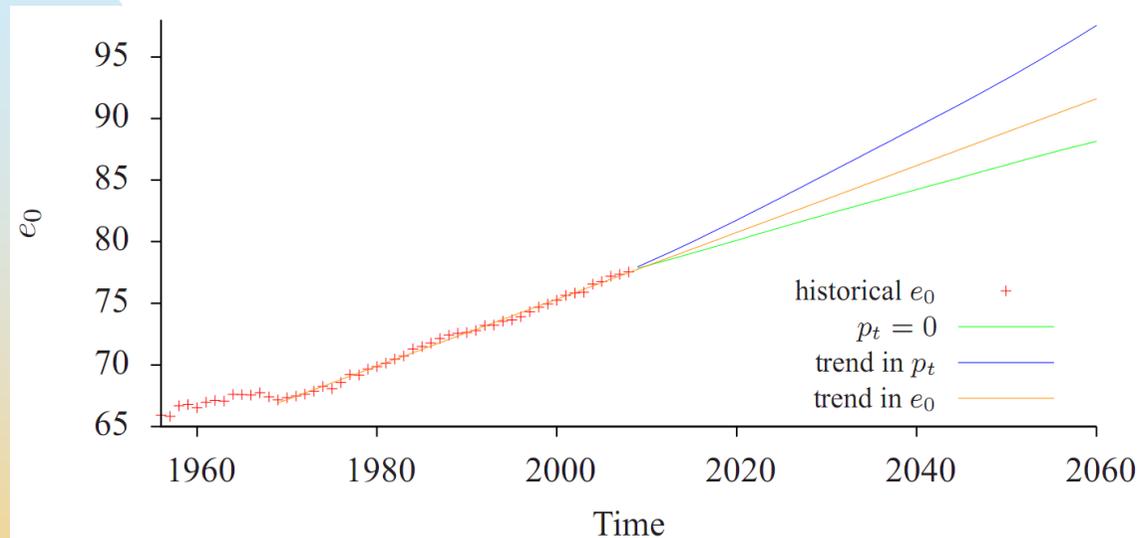


- **Altersparameter ab 96 basieren auf Extrapolation der Sterbewahrscheinlichkeiten**
 - Extrapolation erfolgt jeweils über SterbeGesetz von Kannisto
 - Grün: Extrapolation in Perioden-Richtung liefert negative und damit unplausible Altersparameter
 - Orange: Extrapolation in Kohortenrichtung liefert plausible Parameter

ifa

Prognoseunsicherheit

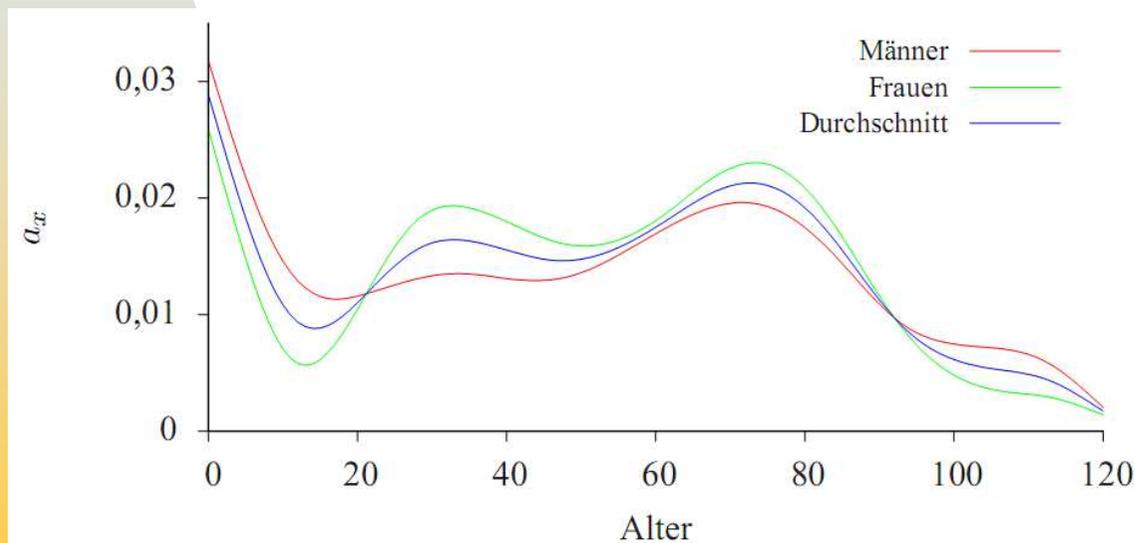
■ Mögliche Entwicklungen der Lebenserwartung in Deutschland



- **Mittleres Szenario erscheint am wahrscheinlichsten**
- **Unsicherheit ist aber enorm**
- **Informationen/Daten zu anderen Populationen können die Prognoseunsicherheit reduzieren.**
- **Ziel: Konsistente Projektionen zwischen...**
 - Männern und Frauen desselben Landes
 - Populationen in benachbarten Ländern, z.B. innerhalb Europas

Projektion der Altersparameter

- Unterschiedliche Altersparameter für Männer und Frauen führen zu langfristig divergierenden Sterbewahrscheinlichkeiten.
- Daher sollten die Altersparameter langfristig identisch sein.
- Projektion für beide Geschlechter mit Hilfe durchschnittlicher Altersparameter
 - Vorgehen scheint angemessen, wenn die Altersparameter strukturell ähnlich sind.



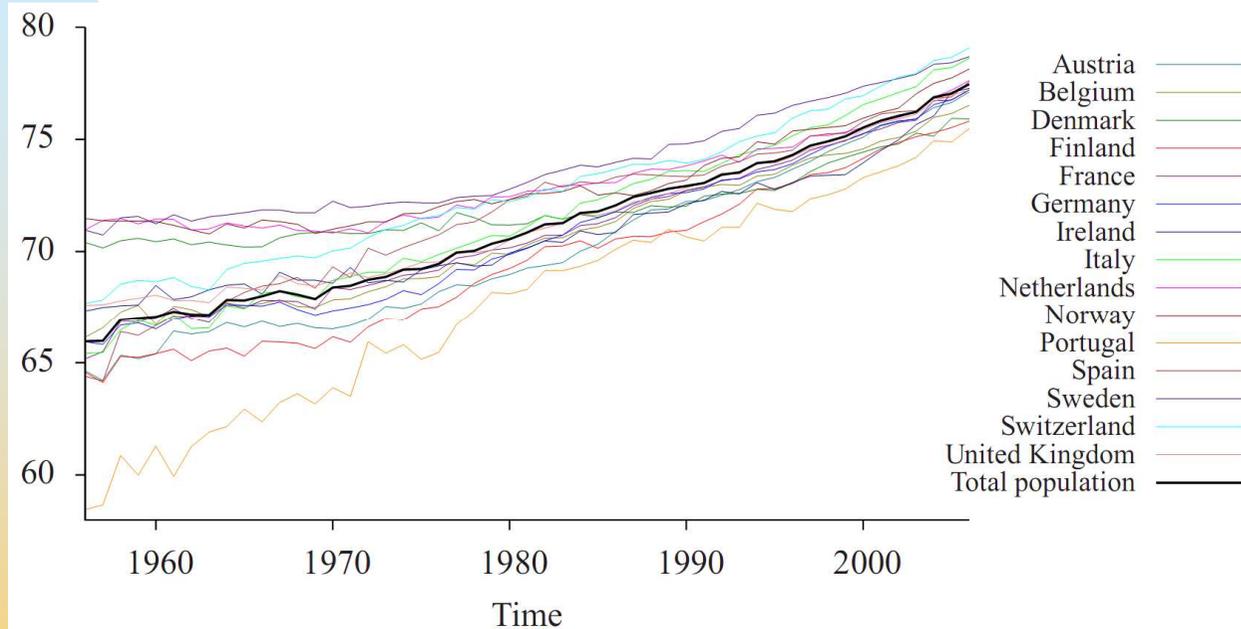
-
-

Projektion der Kohortenparameter

- **Kohorteneffekte sind temporär und führen nicht zu langfristig divergierenden Sterbewahrscheinlichkeiten.**
 - **Kein Ausgleich zwischen den Geschlechtern notwendig**
 - **Kohorteneffekte von Männern und Frauen müssen nicht einmal korreliert sein (vgl. MacMinn und Weber (2011)).**
- **Beibehaltung der Kohortenparameter für beide Geschlechter**
Parameter für neue Kohorten setzen wir auf den langfristigen Durchschnitt von null.

Projektion der Periodenparameter

Gemeinsamer Trend in der Entwicklung der Lebenserwartung in Europa

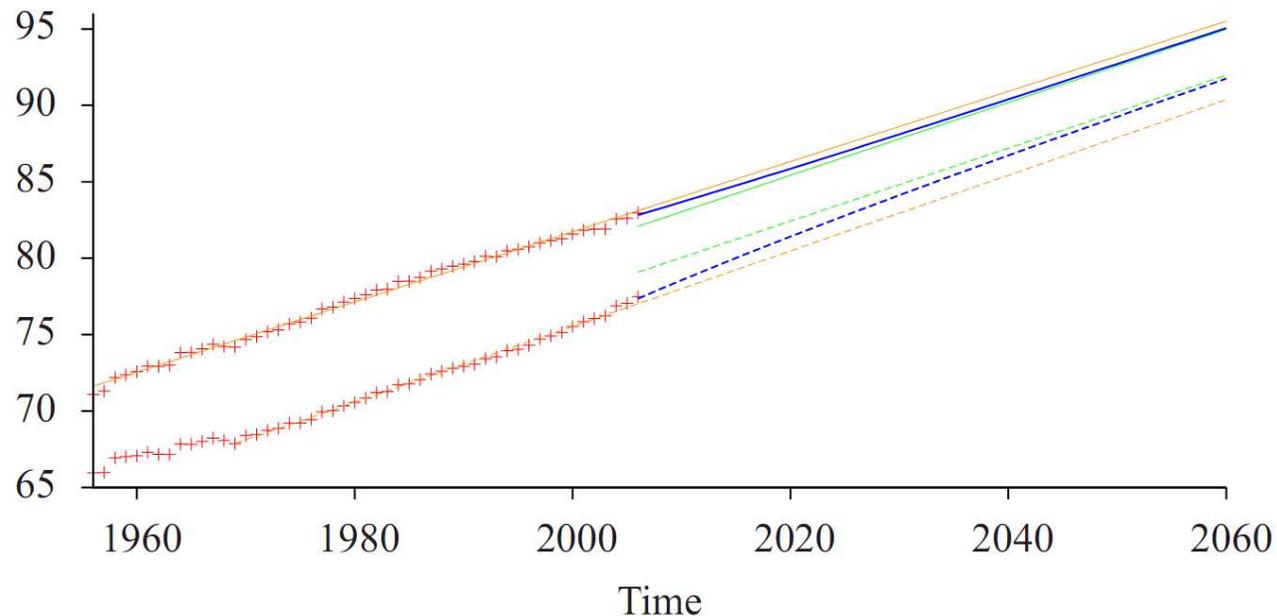


Projektionsansatz für die Periodenparameter:

1. Konsistente Extrapolation der Lebenserwartungen für weibliche und männliche Gesamtbevölkerung
2. Extrapolation der Lebenserwartung für einzelne Population in Relation zur Gesamtbevölkerung
3. Sofern gewünscht: Einbau von Risikozuschlägen
4. Kalibrierung der zukünftigen Periodenparameter an die extrapolierten Lebenserwartungen

ifa

Projektion der Periodenparameter (2)

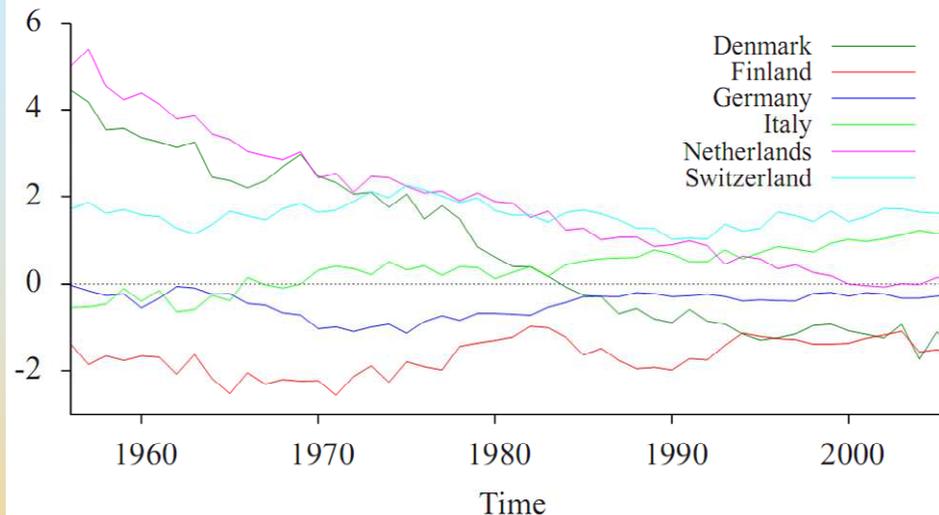


- **Langfristiger Trend entsprechend des Durchschnitts der historischen Trends für Männer und Frauen (grün)**
- **Seit Mitte der 90er nähern sich Lebenserwartungen von Männern und Frauen wieder an.**
 - Sozio-ökonomische Faktoren als mögliche Gründe: Alkohol-/Tabakkonsum, Berufstätigkeit,...
 - Fortschreibung dieser Annäherung über die nächsten Jahre
 - Luy (2002): Lebenserwartung von Nonnen und Mönchen unterscheidet sich nur um ca. 1 Jahr.
- **Wir unterstellen hier einen langfristigen Unterschied von 3 Jahren.**

ifa

Projektion der Periodenparameter (3)

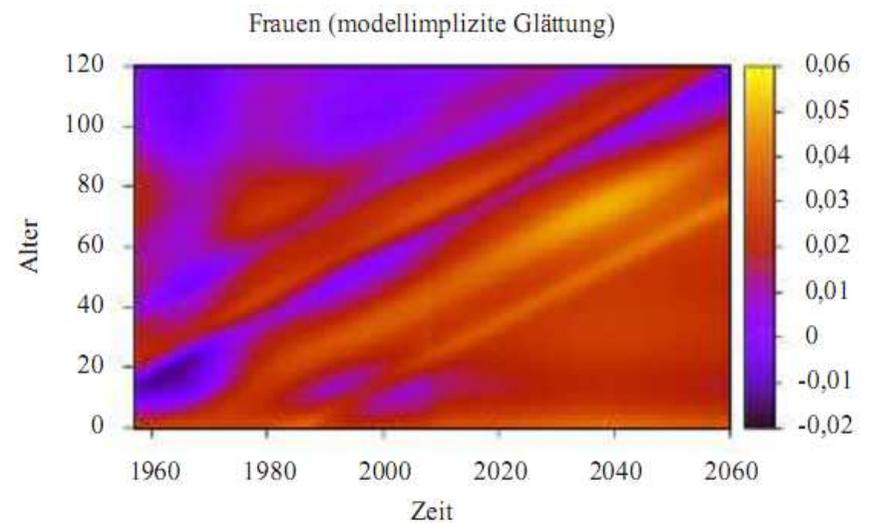
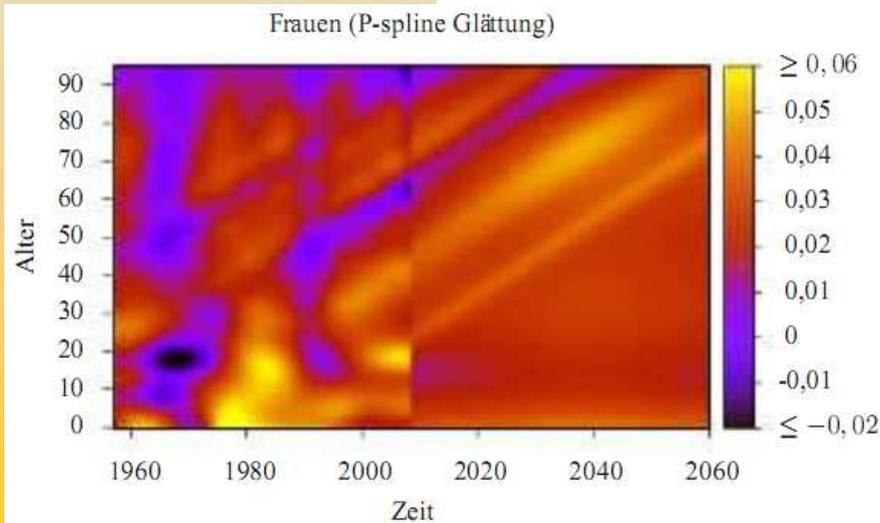
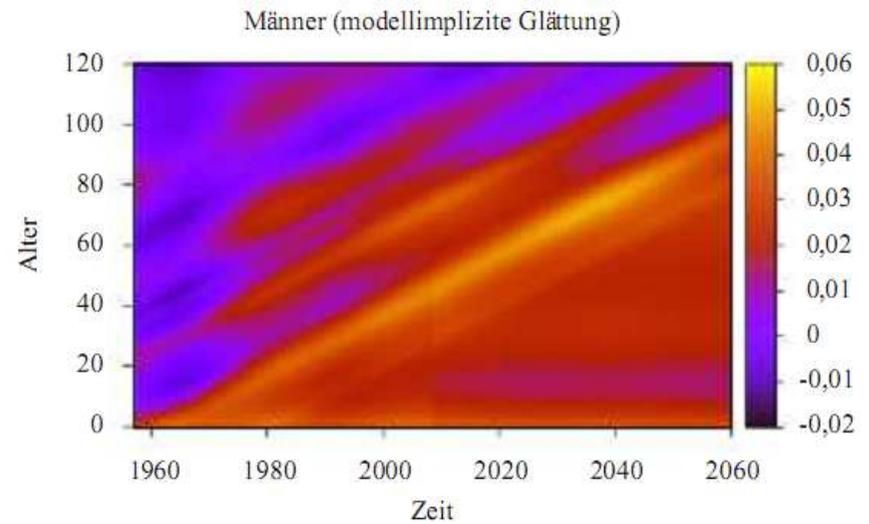
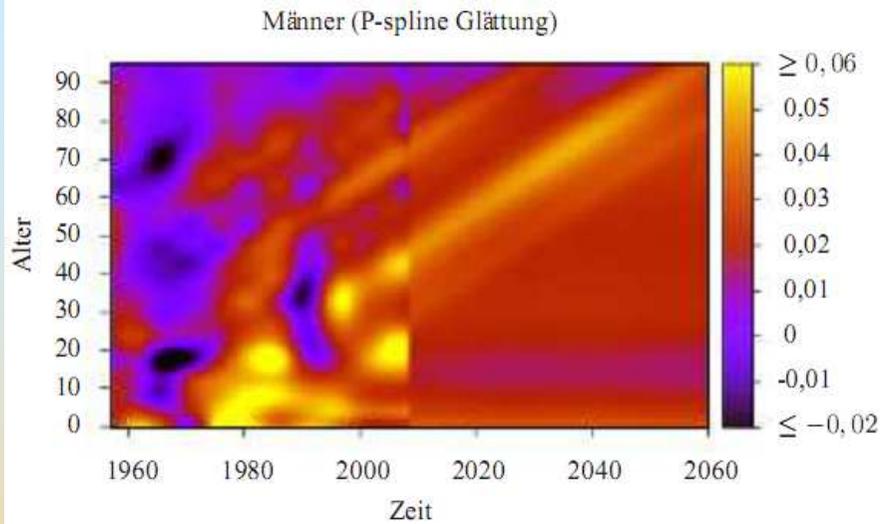
Unterschiede zwischen der Gesamtbevölkerung und einzelnen Populationen



- **Extrapolation auf dem Niveau der Gesamtbevölkerung nicht immer angemessen**
 - Z.B. ist für die Schweiz auch in Zukunft mit einer höheren Lebenserwartung zu rechnen.
- **Individuelle Projektionen wären oftmals inkonsistent.**
 - Lebenserwartungen in Italien und Dänemark würden stark divergieren.
 - Für beide Populationen wirkt sich eine Bindung an die Gesamtbevölkerung deutlich aus.
- **Lebenserwartung deutscher Männer lag zuletzt etwa 0,3 Jahre unter dem Durchschnitt.**
 - Wir verschieben die Kurve für die männliche Gesamtbevölkerung entsprechend nach unten.
 - Frauen: Verschiebung der Kurve für europäische Frauen um 0,5 Jahre nach unten

ifa

Projektion für Deutschland



Projektion für Deutschland (2)

- **Plausible Fortschreibung der historischen Strukturen**
- **Strukturbruch im Falle der P-Spline-Glättung durch unterschiedlichen Glättungsgrad**
 - Optimaler Glättungsgrad unklar
- **Minimaler Strukturbruch im Falle modellimpliziter Glättung wegen Wechsel auf durchschnittliche Alterseffekte**
- **Starke Verbesserungen rund um Alter 20 in den letzten Jahren**
 - Modell nimmt diese nicht als Alterseffekt wahr.
 - Möglicherweise Kohorteneffekt, sollte weiter beobachtet werden

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Matthias Börger

Tel.: 0731/50-32157

Email: m.boerger@ifa-ulm.de

Institut für Finanz- und Aktuarwissenschaften
Helmholtzstraße 22
89081 Ulm

Literatur

- **Die Darstellung des Projektionsmodells basiert auf:**
 - Aleksic, M.-C., Börger, M., 2011. Coherent Projections of Age, Period, and Cohort Dependent Mortality Improvements. Working Paper, Ulm University.
- **Weitere Literatur:**
 - Deutsche Aktuarvereinigung (DAV), 2004. Herleitung der DAV-Sterbetafel 2004 R für Rentenversicherungen. Deutsche Aktuarvereinigung e.V., Köln.
 - Luy, M., 2002. Warum Frauen länger leben. Erkenntnisse aus einem Vergleich von Kloster- und Allgemeinbevölkerung. Materialien zur Bevölkerungswissenschaft 106, Bundesinstitut für Bevölkerungsforschung, Wiesbaden.
 - MacMinn, R., Weber, F., 2011. Select birth cohorts. European Actuarial Journal, 1: 395-409.

ifa

Institut für Finanz- und
Aktuarwissenschaften

Helmholtzstraße 22

D-89081 Ulm

phone +49 (0) 731/50-31230

fax +49 (0) 731/50-31239

email ifa@ifa-ulm.de

www.ifa-ulm.de



■ **Aktuarielle Beratung**

- Entwicklung und Design innovativer Lebensversicherungsprodukte
- Financial Risk-Management/Asset-Liability-Management
- Fragen an der Schnittstelle von Investment-Banking und Lebensversicherung
- Fragen beim Markteintritt ausländischer Versicherungsgesellschaften

■ **IT-Beratung**

- Qualitätssicherung von Fachkonzepten
- Test und Beurteilung von Lebensversicherungs-Systemen
- Konzeption von aktuariellen Tools

■ **Projektkoordination und Managementberatung**

- Produkteinführungen
- Markteintritt

■ **Sonstiges**

- Berufsbegleitende Aus- und Weiterbildung von Aktuaren
- Market Research
- Verlag und Tagungen

ifa

Institut für Finanz- und
Aktuarwissenschaften