Institut für Finanz- und Aktuarwissenschaften

Sterblichkeitssimulation im praktischen Einsatz

- DVfVW Fachkreis Versicherungsmathematik
- Dresden, 18. November 2015
- Dr. Matthias Börger

Agenda

Einleitung

Modellwahl

Zwei Standardmodelle

Trendprozesse

Sterblichkeitssimulationen für kleine Bevölkerungen

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Zusammenfassung

Einleitung

Ausgangssituation

Heutige Situation der Lebensversicherung in Deutschland

- zunehmender Bedarf an privater Altersvorsorge
- starker und wachsender Anteil der Rentenversicherungen am Neugeschäft
- obligatorische Verrentung bzw. steuerliche Anreize zur Verrentung
  - damit zukünftig deutlich mehr Rentenbezüge zu erwarten
- historisch niedrige Kapitalmarktrenditen
  - kein Anstieg der Zinsen auf Niveau von vor 10-20 Jahren zu erwarten
  - Ausgleich von Verlusten im Bereich Biometrie damit schwierig

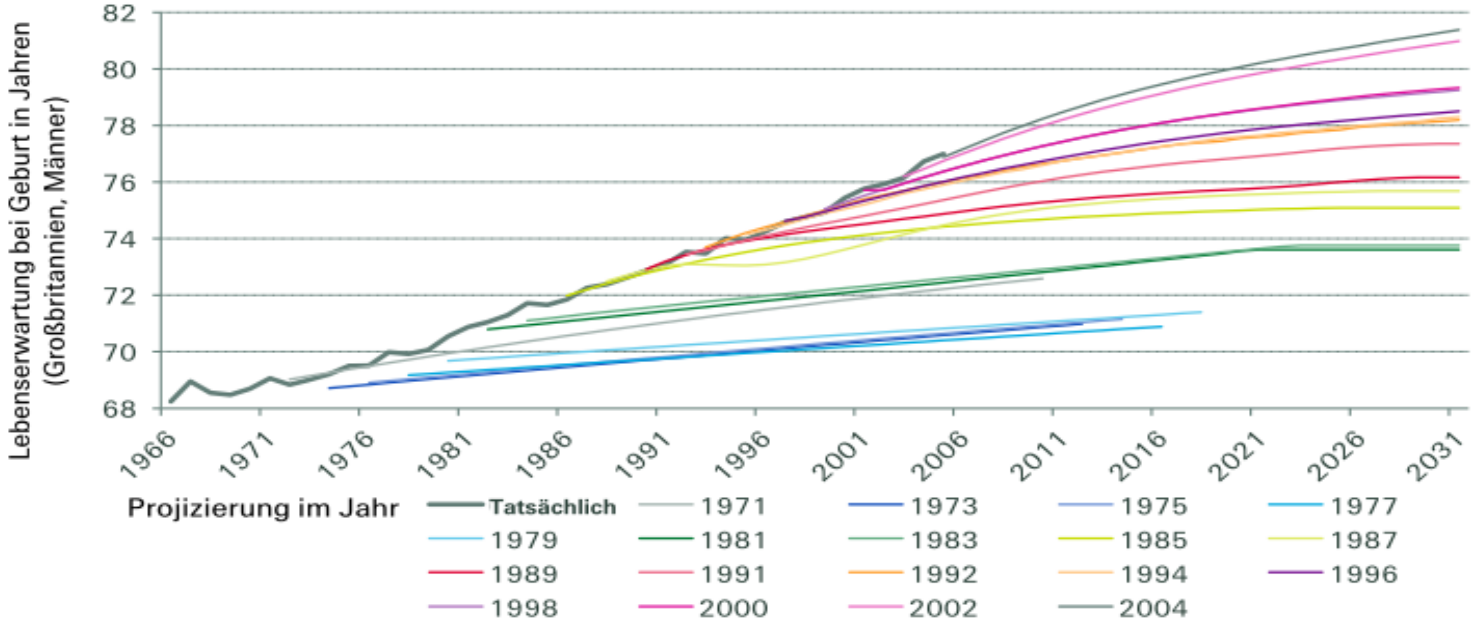
Das Langlebigkeitsrisiko in den Büchern der Lebensversicherer wächst. Eine Quantifizierung und ein Management des Langlebigkeitsrisikos wird immer wichtiger.

Einleitung

Definition Langlebigkeitsrisiko

Das Langlebigkeitsrisiko aus der Sicht eines Lebensversicherers

- Die Grafik zeigt Prognosen für die Entwicklung der Lebenserwartung bei Geburt im Vergleich zur tatsächlichen Entwicklung (Quelle: Swiss Re basierend auf Shaw, 2007).



Langlebigkeitsrisiko ist das Risiko, dass die Versicherten länger leben als erwartet.

Ein Anstieg der Lebenserwartung an sich stellt kein Risiko dar.

Einleitung

Komponenten des Langlebigkeitsrisikos

Das Langlebigkeitsrisiko besteht aus einer Vielzahl von Komponenten.

systematische und bestandsunabhängige Risikofaktoren	teilweise bestandsabhängige Risikofaktoren	bestandsabhängige Risikofaktoren
Trendunsicherheit Schwankungsrisiken	sozio-demographische Effekte Kohorteneffekte Modellunsicherheit Parameterunsicherheit	Zufallsschwankungen Risikokonzentration Datenqualität

- **Die bedeutendste Komponente ist in der Regel die Trendunsicherheit.**
  - Die meisten anderen Komponenten sind häufig wenig materiell (z.B. Zufallsschwankungen) oder können durch geeignete Best-Estimate-Annahmen deutlich reduziert werden (z.B. sozio-demographische Effekte).
  - Im Folgenden daher Fokus auf die Trendunsicherheit

Einleitung

Quantifizierung des Langlebigkeitsrisikos

Langlebigkeitsrisiko bzw. Trendunsicherheit müssen an vielen Stellen quantifiziert werden.

- Solvency II (Solvenzkapitalanforderung in Säule 1 und ORSA in Säule 2)
- Analyse der eigenen Risikosituation
  - bAV: z.B. das Risiko, dass der Arbeitgeber nachschießen muss
  - Versorgungswerke: z.B. das Risiko, dass Beiträge oder Leistungen angepasst werden müssen
- Produktentwicklung
  - Messung der Risikoreduktion und Solvenzkapitalersparnis bei alternativen Rentenübergängen (z.B. Verrentung mit dann gültigen Rechnungsgrundlagen)
  - Quantifizierung und Begründung einer möglichen Überschuss-Spreizung bei „neuer Klassik" und anderen Produkten mit alternativen Garantien, die sich auch in biometrischen Garantien unterscheiden (z.B. durch alternativen Rentenübergang)
  - Profit-Test: Unsicherheit in erwarteten Margen
- Analyse und Festlegung von Maßnahmen zur Risikominderung
  - Rückversicherung
  - Langlebigkeitsrisikotransfers
- …

Einleitung

Quantifizierung des Langlebigkeitsrisikos

Häufig werden Stressszenarien zur Quantifizierung des Trendänderungsrisikos verwendet.
➔ Ein sinnvoller Ansatz?

- Vorteile von Stressszenarien sind offensichtlich:
  - einfache Anwendung ohne Simulation
  - direkte Integration in Solvency II Standardformel zur Bestimmung des Gesamtsolvabilitätsbedarfs möglich
- Stressszenarien haben aber auch einige grundsätzliche Schwächen:
  - Häufig besteht Unklarheit bzgl. des tatsächlichen Quantils, zu dem ein Stressszenario passt.
  - Die Herleitung angemessener Stressszenarien ist schwierig. → Aus stochastischen Modellen?
  - Sie erlauben keine Aussage über die Risikoverteilung im Tail.
  - Die Angemessenheit und Stärke eines Stressszenarios hängt auch von Bestandsspezifika ab.

Ein vollständiges Bild des Trendänderungsrisikos kann nur ein stochastisches Modell liefern.

Die Betrachtung einzelner Szenarien kann zur Plausibilisierung von Ergebnissen aber durchaus sinnvoll sein.

Einleitung

Quantifizierung des Langlebigkeitsrisikos

Beispiel eines Stressszenarios: Langlebigkeitsstress in der Solvency-II-Standardformel

- Das SCR entspricht dem Rückgang der Eigenmittel bei einer Reduktion der Sterbewahrscheinlichkeiten für alle Alter und alle Kalenderjahre um 20%.
- Die Angemessenheit dieses Langlebigkeitsstresses ist unklar, da die Unsicherheit in den Sterbewahrscheinlichkeiten mit der Zeit wächst, der Stressfaktor aber konstant bleibt.
- Vergleich des SCRs mit dem 99,5% Value-at-Risk basierend auf einem geeigneten Sterblichkeitsmodell (Börger, 2010):
  - SCR für ein typisches Portfolio laufender Renten:

	BEL_0	$BEL_1 - CF_1$	SCR	SCR/BEL_0
Shock approach	36394.73	42939.27	4283.83	11.8%
VaR approach	36394.73	40587.52	2055.90	5.7%

➔ Das Risiko bei laufenden Renten bzw. in höheren Altern wird signifikant überschätzt.

  - SCR für ein typisches Portfolio aufgeschobener Renten:

	BEL_0	$BEL_1 - CF_1$	SCR	SCR/BEL_0
Shock approach	88165.37	100062.89	6629.31	7.5%
VaR approach	88165.37	101485.14	7976.68	9.1%

➔ Das Risiko bei aufgeschobenen Renten bzw. in jüngeren Altern wird deutlich unterschätzt.

Agenda

Einleitung

Modellwahl

Zwei Standardmodelle

Trendprozesse

Sterblichkeitssimulationen für kleine Bevölkerungen

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Zusammenfassung

Modellwahl

Verschiedene Typen von Sterblichkeitsmodellen

Es gibt eine Vielzahl von stochastischen Sterblichkeitsmodellen mit sehr unterschiedlichen Eigenschaften, u.a.:

- Modelle für Sterbewahrscheinlichkeiten, Sterberaten, Sterbeintensitäten, Sterblichkeitsverbesserungen
- Short-rate-Modelle, Forward-rate-Modelle
- zeitstetige Modelle, diskrete Modelle
- Modelle mit/ohne Sprungprozesse (Stichwort Pandemien)
- Best-Estimate-Modelle, risikoadjustierte Modelle

Es gibt kein Standardmodell, das in jeder Situation geeignet ist.

Modellwahl

Anforderungen an ein Sterblichkeitsmodell

Bei der Auswahl eines Modells müssen verschiedene Anforderungen abgewogen werden:

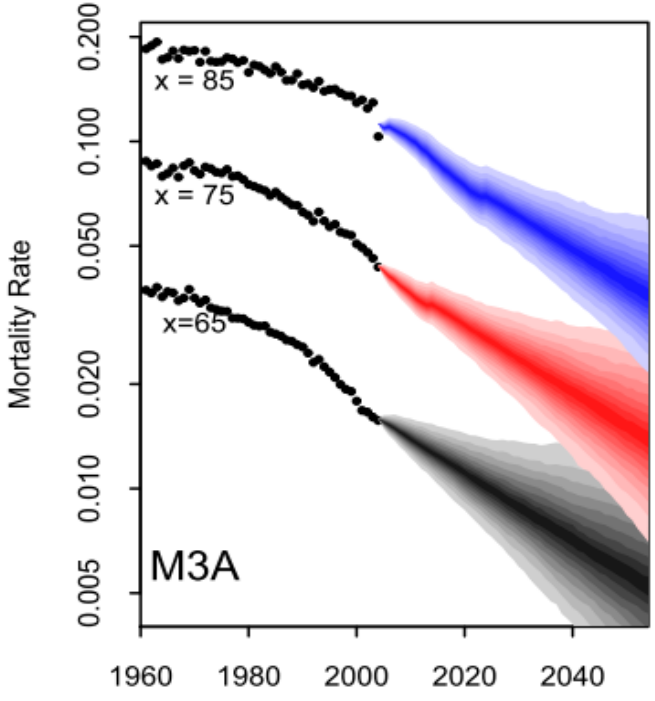
- Soll ein Run-off simuliert werden oder wird nur ein endlicher Zeitraum betrachtet (z.B. 1 Jahr)?
- Welcher Altersbereich ist relevant?
- Wie viele Bevölkerungen sollen gleichzeitig betrachtet werden?
- Sollen Unsicherheiten in der tatsächlichen oder der erwarteten Sterblichkeit modelliert werden oder beides (vgl. Börger und Ruß, 2013)?
- Welche Strukturen in den historischen Daten muss das Modell abbilden?
- Werden absolute Werte (z.B. Deckungsrückstellungen) simuliert oder nur Abweichungen vom Erwartungswert (z.B. SCR)?
- Wie performant muss das Modell bzgl. Kalibrierung und Simulation sein?
- Wie konservativ soll das Modell sein?
- Welche Daten stehen für die Modellkalibrierung zur Verfügung?

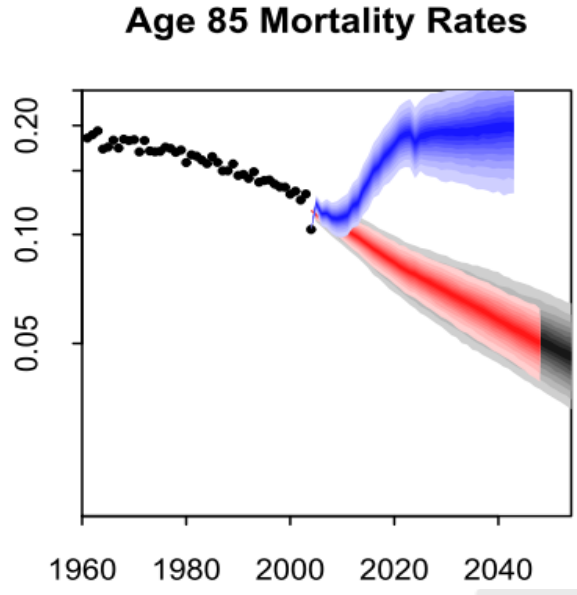
Die Wahl eines Sterblichkeitsmodells ist immer ein Abwägen zwischen Angemessenheit für die konkrete Anwendung und möglichst geringer Komplexität.

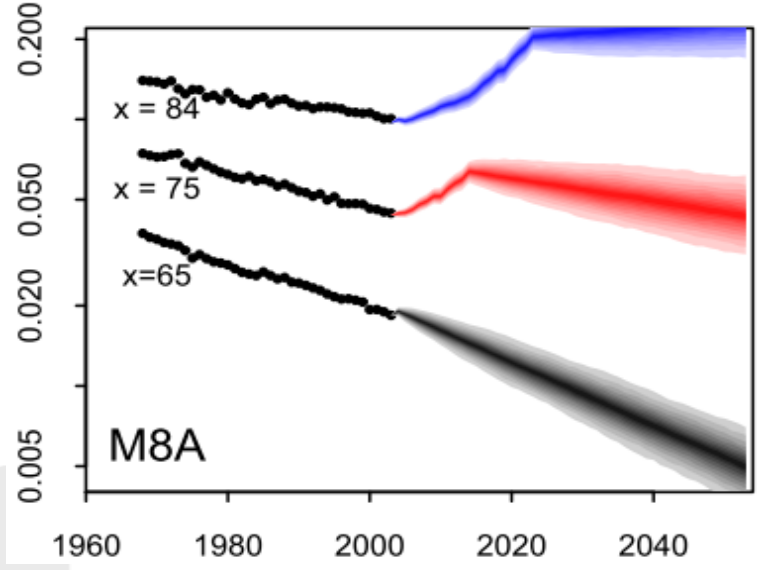
Modellwahl

Plausibilitätschecks

Simulationsergebnisse sollten immer kritisch hinterfragt werden – dazu 3 Beispiele:







Quelle: Cairns et al. (2008)

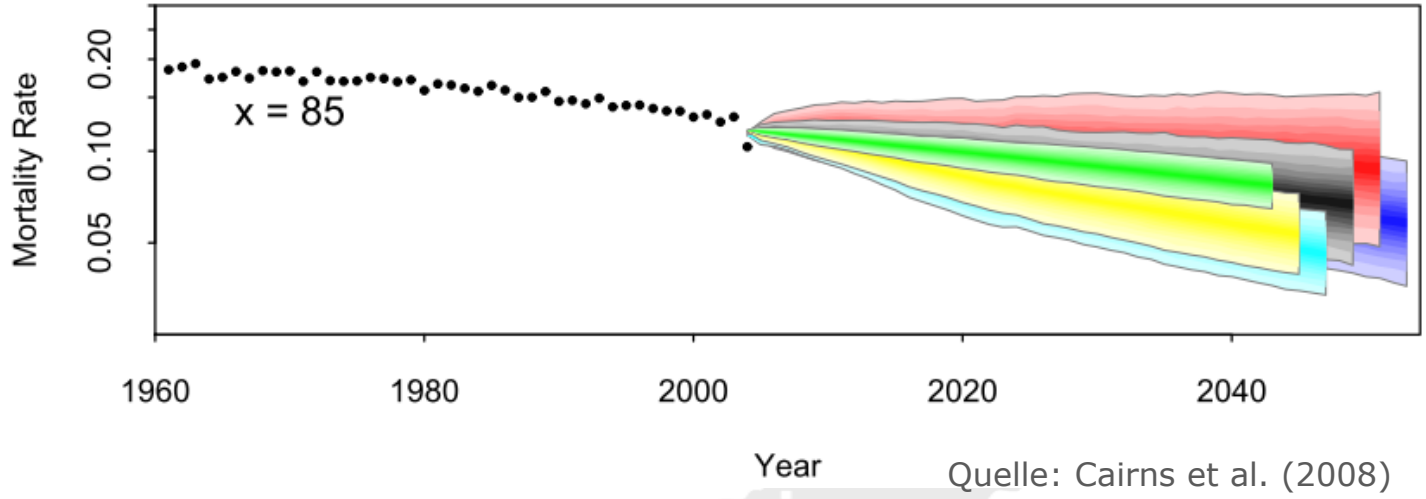
- Die Simulationsergebnisse in der linken Grafik sehen plausibel aus.
- In der Mitte wurde der Datenzeitraum variiert. → Stabilität des verwendeten Modells kritisch
- Die Anwendbarkeit des rechten Modells für hohe Alter erscheint fraglich.

Modellwahl

Modellrisiko

Bei stochastischen Sterblichkeitsmodellen besteht ein signifikantes Modellrisiko.

- Beispiel: Simulation der Sterbewahrscheinlichkeiten für 85-Jährige in England und Wales
- verschiedene Farben stehen für verschiedene Modelle.



Quelle: Cairns et al. (2008)

Die Modelle unterschieden sich signifikant bzgl. mittlerem Szenario und Unsicherheit.

Zur Abschätzung des Modellrisikos sollten mehrere strukturell unterschiedliche Modelle verwendet werden.

Agenda

Einleitung

Modellwahl

Zwei Standardmodelle

Trendprozesse

Sterblichkeitssimulationen für kleine Bevölkerungen

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Zusammenfassung

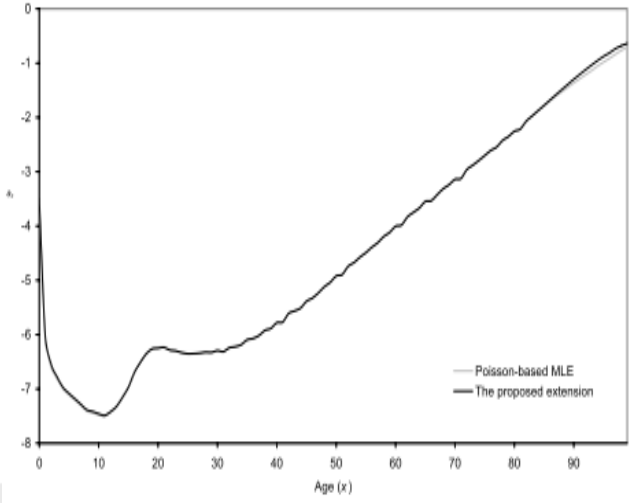
Zwei Standardmodelle

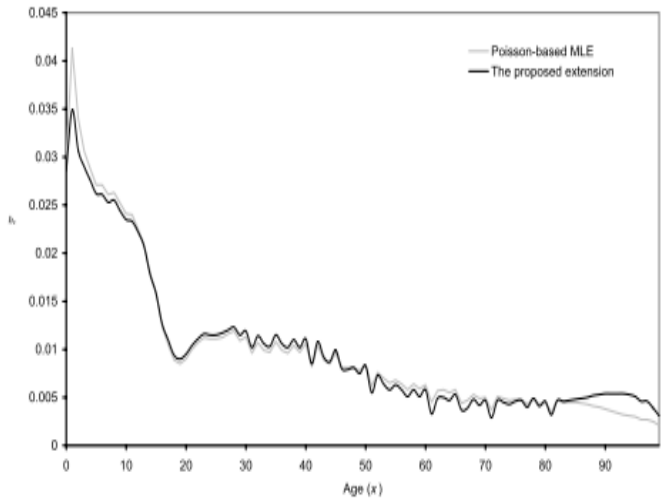
Lee-Carter Modell

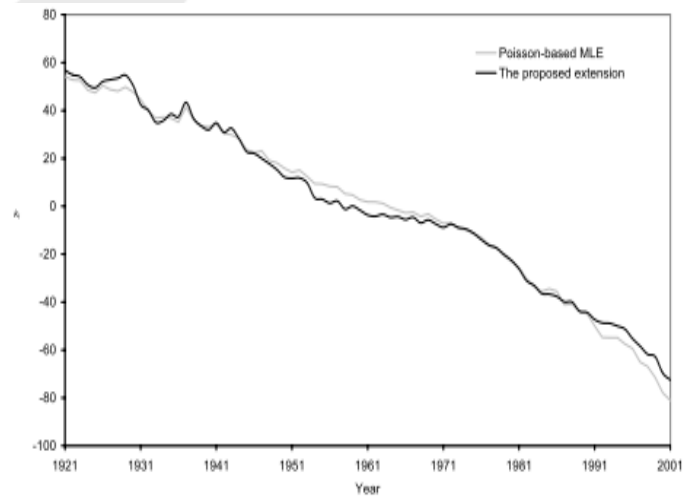
Das Modell von Lee und Carter (1992) ist das erste und bis heute bekannteste stochastische Sterblichkeitsmodell.

$$\log\big(m(x,t)\big) = \alpha_x + \beta_x \cdot \kappa_t + \varepsilon_{x,t}$$

- α_x beschreibt die altersabhängige Ausgangssterblichkeit (im Prinzip eine Basistafel)
- κ_t beschreibt die allgemeine Veränderung der Sterblichkeit im Zeitverlauf
- β_x legt fest, wie stark sich die Sterblichkeit für einzelne Alter x ändert
- $\varepsilon_{x,t}$ sind unabhängige und gleichverteilte Fehlerterme mit Erwartungswert null
- beispielhafte Parameter für kanadische Männer (Li et al., 2006):







Zwei Standardmodelle

Lee-Carter Modell

Simulation mit dem Lee-Carter Modell

$$\log\big(m(x,t)\big) = \alpha_x + \beta_x \cdot \kappa_t + \varepsilon_{x,t}$$

- Die altersabhängigen Parameter werden ggf. geglättet und bleiben in der Projektion unverändert.
- Der zeitabhängige Prozess κ_t wird häufig durch einen **Random Walk mit Drift** fortgeschrieben:

  $\kappa_t = \kappa_{t-1} + d + \sigma e_t$, wobei e_t seriell unkorreliert und $N(0,1)-$verteilt

  - Der Drift d und die Volatilität σ können aus den historischen Daten geschätzt werden.
  - Die Schätzunsicherheit in den Parametern d und σ kann zusätzlich durch eine Simulation der Parameter für jeden Simulationspfad berücksichtigt werden.
- Die alters- und zeitabhängigen Fehlerterme $\varepsilon_{x,t}$ werden üblicherweise nicht simuliert.
  - enormer Rechenaufwand
  - geringer Einfluss auf die Ergebnisse wegen der Unabhängigkeitsannahme

Zwei Standardmodelle

Lee-Carter Modell

Stärken des Lee-Carter Modells

- Einfachheit in der Modellstruktur, der Parameterschätzung und der Simulation
- intuitive Interpretation der Modellparameter

Schwächen des Lee-Carter Modells

- große Anzahl an Parametern für ein einfaches Modell
- nur ein stochastischer Treiber und damit vollständige Korrelation zwischen allen Altern
- In der Realität ändern sich die Parameter β_x mit der Zeit.
- Geringe Sterblichkeitsveränderungen in der Vergangenheit implizieren eine geringe Unsicherheit in der Simulation.

$$\log\big(m(x,t)\big) = \alpha_x + \beta_x \cdot \kappa_t + \varepsilon_{x,t}$$

- Der Random Walk mit Drift ist aus demographischer Sicht nicht immer geeignet.
  - dazu später mehr

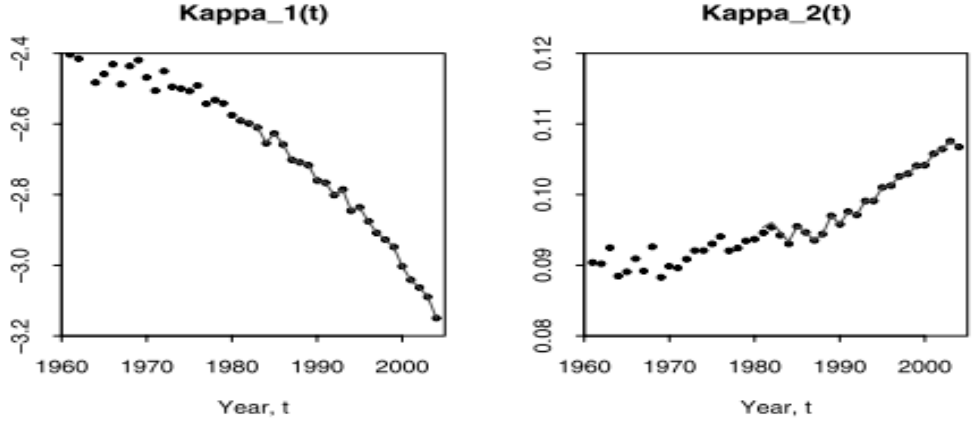
Zwei Standardmodelle

Cairns-Blake-Dowd Modell

Ein weiteres Standardmodell stammt von Cairns, Blake und Dowd (2006).

$$\operatorname{logit}\big(q(x,t)\big) = \log\left(\frac{q(x,t)}{1-q(x,t)}\right) = \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} \cdot (x - \bar{x}) + \varepsilon_{x,t}$$

- $\bar{x}$ ist das mittlere Alter im betrachteten Altersbereich
- $\kappa_t^{(1)}$ beschreibt das allgemeine Sterblichkeitsniveau
- $\kappa_t^{(2)}$ beschreibt die Steigung der Sterbekurve
- beispielhafte Parameter für Männer in England und Wales (Alter 60-89, Cairns et al. (2009)):



- Parameterschätzung in der Regel über Maximum-Likelihood-Ansatz
- Projektion von $\kappa_t^{(1)}$ und $\kappa_t^{(2)}$ häufig als 2-dimensionaler Random Walk mit Drift

Zwei Standardmodelle

Cairns-Blake-Dowd Modell

Stärken des Cairns-Blake-Dowd Modells

- Einfachheit in der Modellstruktur, der Parameterschätzung und der Simulation
- zwei stochastische Treiber und damit keine vollständige Korrelation zwischen verschiedenen Altern
- hohe Stabilität in der Parameterschätzung wegen geringer Anzahl Parameter (2 pro Jahr)

Schwächen des Cairns-Blake-Dowd Modells

- Modell ist nur für höhere Alter einsetzbar
  - Linearität in der Modellstruktur gilt nicht für jüngere Alter (z.B. wegen des Unfallbuckels)
- wenig Flexibilität in der Modellstruktur
- Der Random Walk mit Drift ist aus demographischer Sicht nicht immer geeignet.
  - Details dazu später

Sowohl das Lee-Carter-Modell als auch das Cairns-Blake-Dowd-Modell können je nach Bedarf um zusätzliche Terme erweitert werden.

Agenda

Einleitung

Modellwahl

Zwei Standardmodelle

Trendprozesse

Sterblichkeitssimulationen für kleine Bevölkerungen

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Zusammenfassung

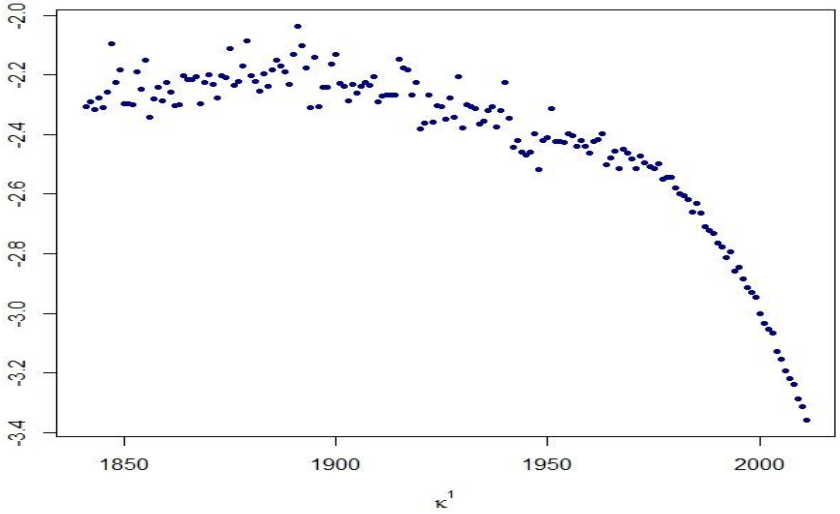
Trendprozesse

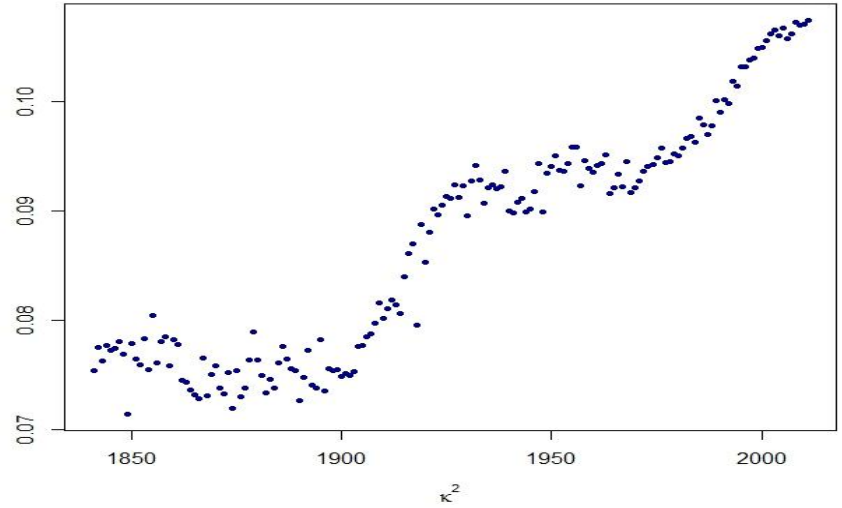
Schwächen des Random Walk mit Drift

Der häufig für die Projektion verwendete Random Walk mit Drift hat einige Schwächen.

$$\kappa_t = \kappa_{t-1} + d + \sigma e_t$$

- Die langfristige Unsicherheit hängt nur von der einjährigen Volatilität ab.
- Der Drift ändert sich nicht im Zeitverlauf. Dies passt oftmals nicht zur langfristigen historischen Sterblichkeitsentwicklung.
  - $\kappa_t^{(\cdot)}$ aus dem Cairns-Blake-Dowd (CBD) Modell für Frauen in England und Wales:





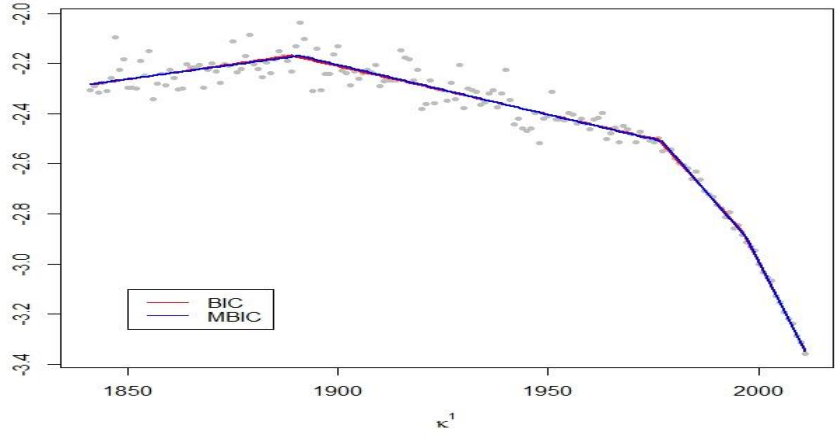
Der konstante Drift beschreibt den Trend in der jüngeren Vergangenheit, mögliche Trendänderungen in der Zukunft können aber nicht simuliert werden.

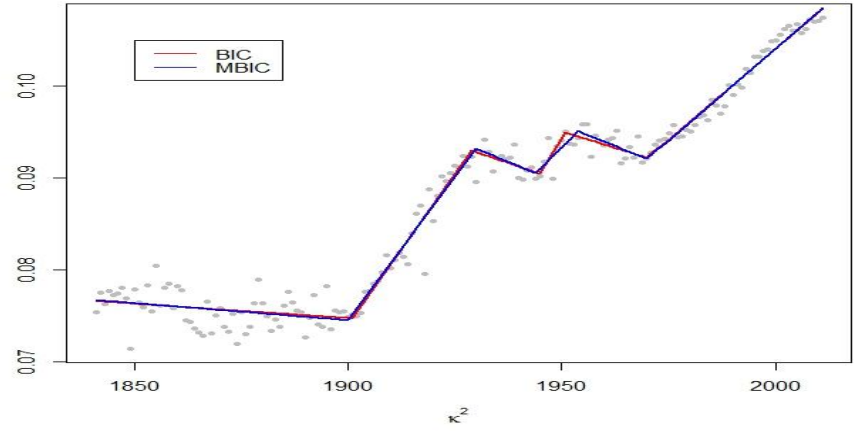
Trendprozesse

Alternative Trendprozesse

Alternativen zum Random Walk mit Drift

- andere ARIMA-Prozesse, z.B. in Richards et al. (2012) oder Chan et al. (2014)
- stückweise lineare Trends mit zufälliger Steigung plus Zufallsschwankungen
  - z.B. in Sweeting (2011) oder Hunt und Blake (2014)
  - aus aktuellem Forschungsprojekt (Beispiel Frauen in England und Wales, CBD Modell):





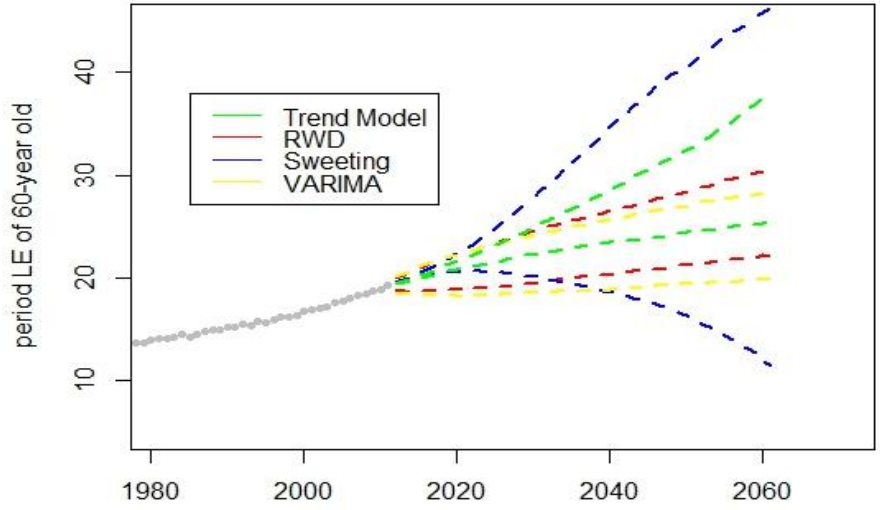
  - Idee des Projektionsansatzes: In jedem Projektionsjahr kann eine Trendänderung auftreten, die zufällig bzgl. Richtung und Stärke ist.
  - Die Wahrscheinlichkeit für eine Trendänderung und die stochastische Verteilung für deren Stärke kann aus historischen Trendänderungen abgeleitet werden.

Trendprozesse

Alternative Trendprozesse

Vergleich verschiedener Trendprozesse

- Einsatz verschiedener Trendprozesse im Modell von Cairns, Blake und Dowd
- Periodenlebenserwartung von Frauen in England und Wales:



- Die 90%-Konfidenzintervalle unterscheiden sich deutlich in Lage und Weite.

Es besteht ein signifikantes Modellrisiko bzgl. des Trendprozesses.
Auch hier sollten verschiedenen Ansätze miteinander verglichen werden.

Agenda

Einleitung

Modellwahl

Zwei Standardmodelle

Trendprozesse

Sterblichkeitssimulationen für kleine Bevölkerungen

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Zusammenfassung

Sterblichkeitssimulationen für kleine Bevölkerungen

Was tun wenn die Bestandsgröße oder die Datenhistorie nicht zur Modellkalibrierung reichen?

- Kalibrierung eines Modells an eine größere Referenzbevölkerung (z.B. die Gesamtbevölkerung) und Anpassung einzelner Modellparameter
  - Beispiel Lee-Carter Modell: $\log\big(m(x,t)\big) = \alpha_x + \beta_x \cdot \kappa_t + \varepsilon_{x,t}$
  - Anpassung der α_x an aktuelle Sterblichkeit im Bestand und Start der Simulation mit $\kappa_t = 0$
  - implizite Annahme: Trend und Unsicherheit sind wie für große Bevölkerung
- Verwendung von Mehrpopulationen-Modellen
  - Simulation der Sterblichkeitsentwicklung für Referenzbevölkerung
  - für kleine Bevölkerung lediglich Simulation der Abweichungen (später ein Beispiel)
- Konzept der „Mortality Deviations"
  - Simulation der Sterblichkeit für eine große Bevölkerung und Bestimmung der Quotienten aus simulierten und erwarteten Sterbe- oder Überlebenswahrscheinlichkeiten
  - Multiplikation der Best-Estimate-Wahrscheinlichkeiten für den Bestand mit diesen Quotienten
  - damit Übertragung der Unsicherheit von Referenzbevölkerung auf Bestand

Agenda

Einleitung

Modellwahl

Zwei Standardmodelle

Trendprozesse

Sterblichkeitssimulationen für kleine Bevölkerungen

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Zusammenfassung

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Modellanforderungen

Anforderung an ein stochastisches Sterblichkeitsmodell für Solvenzzwecke

- Abbildung eines breiten Altersbereichs
- nicht vollständige Korrelation zwischen verschiedenen Altern
  - Abbildung der Diversifikation zwischen Sterblichkeit (junge Alter) und Langlebigkeit (hohe Alter)
- konsistente Simulation für mehrere Bevölkerungsgruppen
  - mindestens Frauen und Männer, ggf. auch Bevölkerungen verschiedener Länder
- Risikoquantifizierung über 1-Jahres-Horizont
  - tatsächliche Sterblichkeit im einen Jahr und Änderung in erwarteter, zukünftiger Sterblichkeit
  - Modell sollte aber auch über längere Zeitintervalle sinnvolle Szenarien liefern.
- Fokus auf Extremszenarien
  - Modellkalibrierung sollte sicherstellen, dass die Extremszenarien angemessen sind.

Solvency-Modelle müssen im Prinzip alles können.

Im Folgenden ein Beispiel für ein Modell, das diese Anforderungen erfüllt

Details in Börger, Fleischer und Kuksin (2014)

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Modellstruktur

Erweiterte Modellstruktur im Vergleich zu Standardmodellen

$$logit(q_{x,t}) = log\left(\frac{q_{x,t}}{1-q_{x,t}}\right) = \alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} \cdot (x - x_{center}) + \kappa_t^{(3)} \cdot (x_{young} - x)^+ + \kappa_t^{(4)} \cdot (x - x_{old})^+ + \gamma_{t-x}$$

- α_x beschreibt die grundsätzliche Form der Sterbekurve.
- $\kappa_t^{(1)}$ ist der allgemeine Sterblichkeitstrend.
- $\kappa_t^{(2)}$ beschreibt, wie sich die Steigung der Sterbekurve verändert (x_{center} ist mittleres Alter).
- $\kappa_t^{(3)}$ und $\kappa_t^{(4)}$ bilden zusätzliche Effekte für junge und hohe Alter ab (x_{young} und x_{old} sind Alter, ab denen zusätzliche Effekte beobachtet werden können).
- γ_{t-x} steht für Kohorteneffekte.

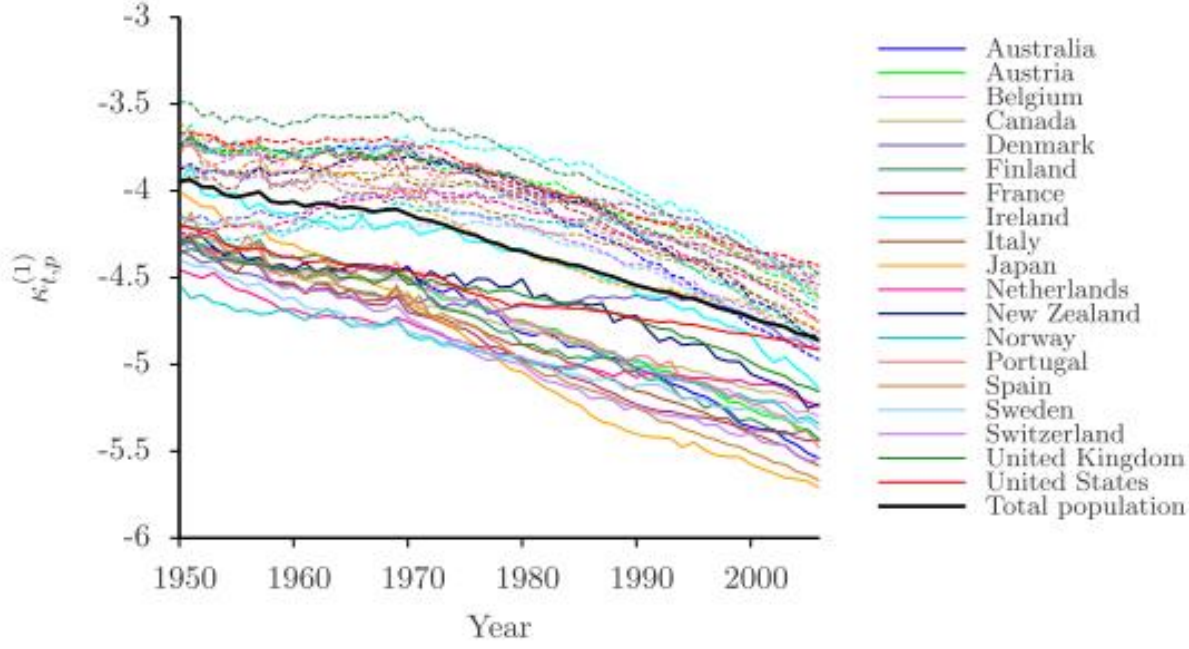
- Durch diese Modellstruktur werden zwei wesentliche Anforderungen abgedeckt:
  - Abbildung eines breiten Altersbereichs
  - nicht vollständige Korrelation zwischen verschiedenen Altern

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Trendprojektion

Projektion des Zeitprozesses $\kappa_t^{(1)}$ in die Zukunft

- $\kappa_t^{(1)}$ ist der zentrale Prozess in der Modellierung des Trendänderungsrisikos.
  - Die Projektion der weiteren Zeitprozesse wird daher im Folgenden nicht genauer erläutert.
- Anforderung: Die Projektion muss simultan und konsistent für verschiedene Bevölkerungsgruppen erfolgen.



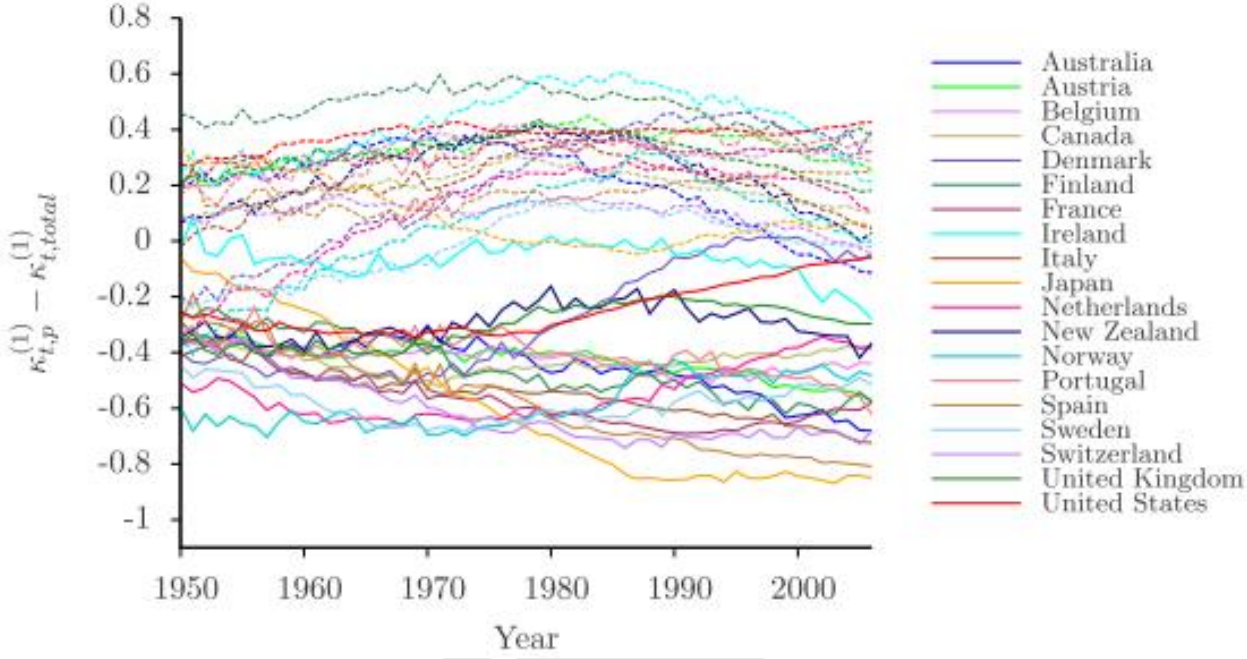
  - gestrichelt: Männer, durchgezogen: Frauen
  - Es gibt ganz offensichtlich einen gemeinsamen Trend für (fast) alle Bevölkerungsgruppen.

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Trendprojektion

Projektion des Zeitprozesses $\kappa_{t,p}^{(1)}$ für Bevölkerungsgruppe p

- Projektion von $\kappa_{t,total}^{(1)}$ für die Gesamtbevölkerung
- Modellierung von Abweichungen für die einzelnen Bevölkerungsgruppen



- Die Abweichungen sind systematisch, schwanken aber im Zeitverlauf

  → Modellierung der Abweichungen als AR(1)-Prozess mit Mean Reversion zur langfristig erwarteten Abweichung

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Trendprojektion

Projektion des Zeitprozesses $\kappa_{t,total}^{(1)}$ für die Gesamtbevölkerung

- Anforderung: Risikoquantifizierung über 1-Jahres-Horizont
  - Viele Trendprozesse wie der Random Walk mit Drift, sind nur für Run-off-Simulationen geeignet.
- neuer Trendprozess: Projektion über einen linearen Trend plus Zufallsschwankung

$$\kappa_{t,total}^{(1)} = l_{t-1}(t) + \left(\sigma^{(1)} + \bar{\sigma}^{(1)}\right)\varepsilon(t)$$

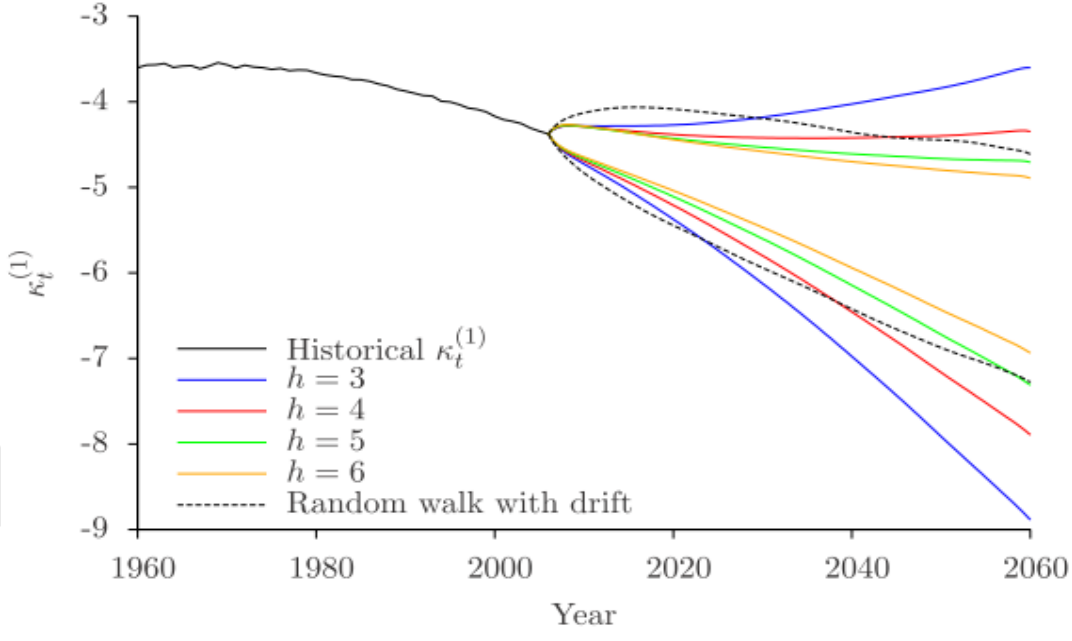
- Linearer Trend $l_{t-1}(t)$ wird aus den Daten bis zum Jahr t-1 geschätzt.
  - Gewichtung in der Trendschätzung, sodass aktuelle Datenpunkte größeren Einfluss auf den geschätzten Trend haben.
  - Vorgehen entspricht aktuarieller Praxis: Analyse aktueller Daten und Extrapolation des darin enthaltenen Trends
- Für Projektion wird linearer Trend zum Zeitpunkt t ausgewertet.
  - $\varepsilon(t)$ ist standardnormalverteilter Innovationsterm.
  - $\bar{\sigma}^{(1)}$ ist ein optionales Add-on auf die Volatilität $\sigma^{(1)}$ in den historischen Daten.
    - Möglichkeit die Unsicherheit im Modell künstlich zu erhöhen um angemessene Extremszenarien zu erhalten

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Trendprojektion

Projektion des Zeitprozesses $\kappa_{t,total}^{(1)}$ für die Gesamtbevölkerung

- Die Weite der Konfidenzintervalle hängt insbesondere von der Gewichtung in der Schätzung des linearen Trends ab.
  - starke Gewichtung: ein neuer Datenpunkt kann den Trend deutlich beeinflussen
    → große langfristige Unsicherheit in der Simulation
  - schwache Gewichtung: ein neuer Datenpunkt hat nur wenig Einfluss auf die Trendschätzung
    → geringe langfristige Unsicherheit in der Simulation
- Beispiel für verschiedene Gewichtungen mit Parameter h in Run-off-Simulation:

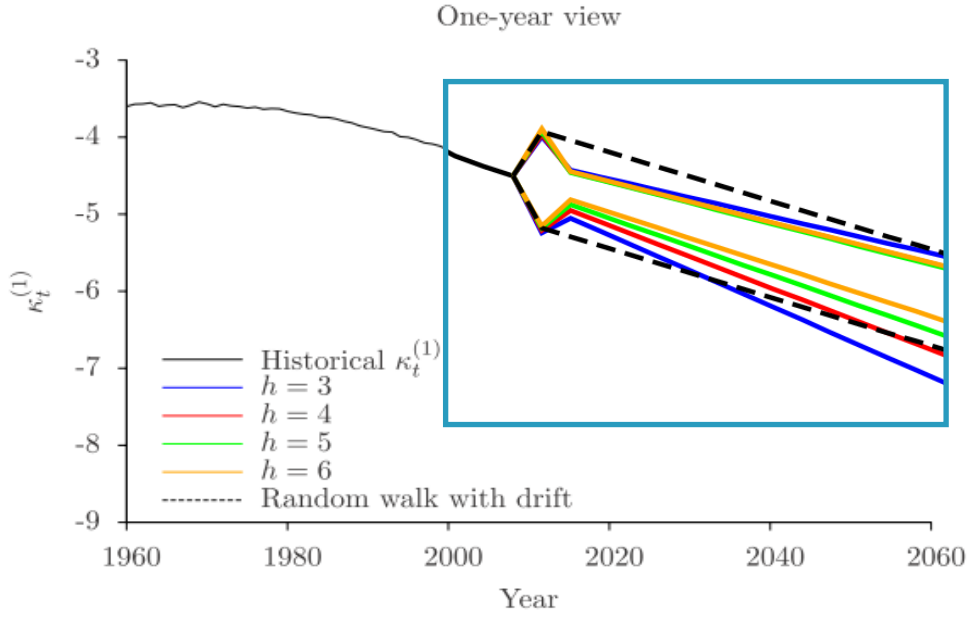


Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Trendprojektion

Projektion des Zeitprozesses $\kappa_{t,total}^{(1)}$ für die Gesamtbevölkerung

- für Solvency-Zwecke nur einmaliges Update des Best-Estimate-Trends nach einem Jahr
- Grafik zeigt Konfidenzintervalle für 1-Jahres-Horizont
  - realisierte Sterblichkeit im ersten Jahr
  - ab Jahr 2 veränderte Best-Estimate-Sterblichkeit



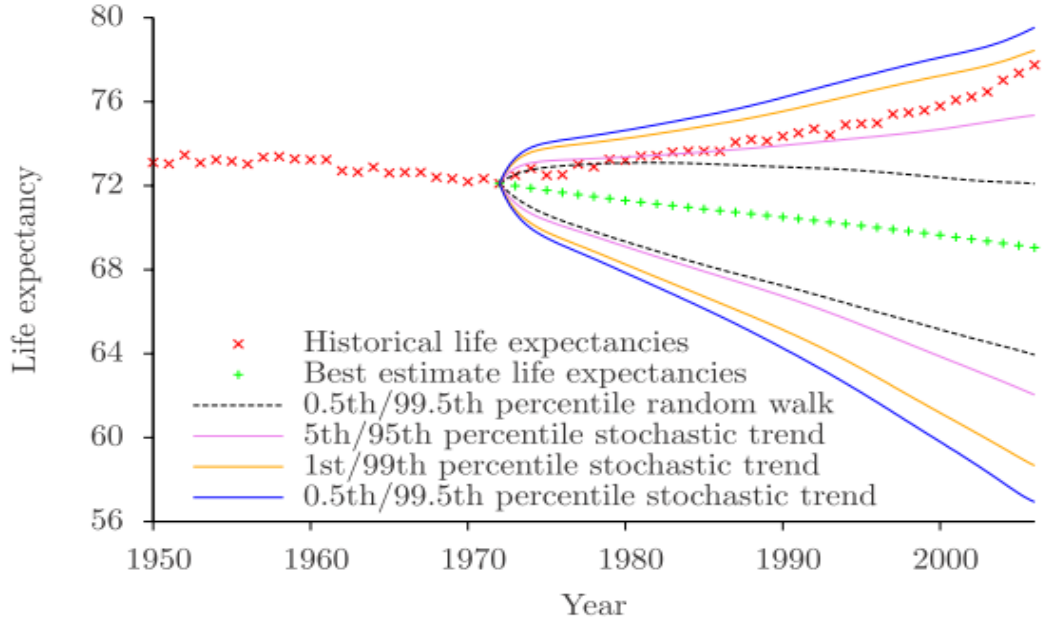
- Damit ist die Anforderung Risikoquantifizierung über 1-Jahres-Horizont erfüllt.

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Modellkalibrierung

Letzte Anforderung: angemessene Abbildung von Extremszenarien

- Sterblichkeitsmodelle werden in der Regel so kalibriert, dass sie die historische Entwicklung möglichst gut wiedergeben.
  - Fokus auf Szenarien nahe des Best Estimate und damit Angemessenheit der Extremszenarien unklar
- Alternative: Wahl der Modellparameter, sodass Extremszenarien entlang plausibler Quantile beobachtet werden können
- Beispiel für niederländische Männer Anfang der 1970er
  - Starker und plötzlicher Anstieg der Lebenserwartung wird vom Random Walk nicht erfasst.
  - Prozess mit jährlichem Trendupdate kann solche Szenarien generieren.
  - Gewichtungsparameter h so eingestellt, dass Entwicklung zwischen 95%- und 99%-Quantil liegt



Agenda

Einleitung

Modellwahl

Zwei Standardmodelle

Trendprozesse

Sterblichkeitssimulationen für kleine Bevölkerungen

Case Study: ein stochastisches Modell für Solvenzzwecke

Zusammenfassung

Zusammenfassung

- Das Langlebigkeitsrisiko in den Büchern deutscher Lebensversicherer nimmt deutlich zu.
- Langlebigkeitsrisiko entsteht aus einer Vielzahl von Risikofaktoren.
  - Der wichtigste Risikofaktor ist in der Regel die Trendunsicherheit.
- Die Trendunsicherheit kann nur durch stochastische Simulation sauber quantifiziert werden.
  - Stressszenarien liefern kein vollständiges Bild des Risikos und die Herleitung angemessener Stressszenarien ist komplex.
- Es gibt kein Standardmodell für die stochastische Sterblichkeitssimulation, das in jeder Situation geeignet ist.
  - Einfache Standardmodelle wie Lee-Carter oder Cairns-Blake-Dowd können aber je nach Bedarf erweitert werden.
  - Die Wahl eines Modells ist immer ein Abwägen zwischen der Angemessenheit für die konkrete Fragestellung und einer möglichst geringen Komplexität.
- In der Sterblichkeitsmodellierung besteht ein signifikantes Modellrisiko.
  - Dies betrifft sowohl die Modellstruktur als auch den Trendprozess.
- Sterblichkeitssimulationen sind auch für kleine Bevölkerungsgruppen/Bestände möglich.

Literatur

- Börger, M., 2010. Deterministic Shock vs. Stochastic Value-at-Risk – An Analysis of the Solvency II Standard Model Approach to Longevity Risk. Blätter der DGVFM, 31: 225–259.
- Börger, M., Fleischer, D., Kuksin, N., 2014. Modeling Mortality Trend under Modern Solvency Regimes. ASTIN Bulletin, 44: 1–38.
- Börger, M., Russ, J., 2013. It Takes Two: Why Mortality Trend Modeling is more than Modeling one Mortality Trend. Working Paper, Ulm University und ifa Ulm.
- Cairns, A., Blake, D., Dowd, K., 2006. A Two-Factor Model for Stochastic Mortality with Parameter Uncertainty: Theory and Calibration. Journal of Risk and Insurance, 73: 687–718.
- Cairns, A., Blake, D., Dowd, K., Coughlan, G., Epstein, D., Khalaf-Allah, M., 2008. Mortality Density Forecasts: An Analysis of Six Stochastic Mortality Models. Working Paper, Pensions Institute, Cass Business School.
- Chan, W.-S., Li, J.S.-H., Li, J., 2014. The CBD Mortality Indexes: Modeling and Applications. North American Actuarial Journal, 18: 38–58.
- Cairns, A., Blake, D., Dowd, K., Coughlan, G., Epstein, D., Ong, A., Balevich, I., 2009. A Quantitative Comparison of Stochastic Mortality Models Using Data from England & Wales and the United States. North American Actuarial Journal, 13: 1–35.

Literatur

- Hunt, A., Blake, D., 2014. Consistent mortality projections allowing for trend changes and cohort effects. Working Paper, Cass Business School.
- Lee, R., Carter, L., 1992. Modeling and Forecasting US Mortality. Journal of the American Statistical Association, 87: 659–671.
- Li, J., Hardy, M., Tan, K., 2006. Uncertainty in Mortality Forecasting: an Extension to the Classical Lee-Carter Approach. Working Paper, University of Waterloo.
- Richards, S., Currie, I., Ritchie, G., 2014. A Value-at-Risk framework for longevity trend risk. British Actuarial Journal, 19: 116–139
- Shaw, C., 2007. Fifty Years of United Kingdom National Population Projections: How Accurate have they been? Population Trends, 128, Office for National Statistics, United Kingdom.
- Sweeting, P., 2011. A Trend-Change Extension of the Cairns-Blake-Dowd Model. Annals of Actuarial Science, 5: 143–162.

Appendix

Kalibrierung stochastischer Sterblichkeitsmodelle

Die Parameterschätzung erfolgt für die meisten stochastischen Sterblichkeitsmodelle in der Regel über einen Maximum-Likelihood-Ansatz.

- Bei gegebenem Exposure ist die Anzahl Todesfälle approximativ Poisson-verteilt, d.h.

  $$D(x,t) \sim Poi\big(E(x,t) \cdot m(x,t)\big)$$

- Die log-Likelihood-Funktion ist dann

  $$l(\theta, D, E) = \sum_{x,t} D(x,t) \cdot \log\big(E(x,t) \cdot m(x,t,\theta)\big) - E(x,t) \cdot m(x,t,\theta) - \log(D(x,t)!)$$ mit Parametervektor θ

  - Für qx-Modelle wird in der Regel mit der Approximation $q(x,t) = 1 - \exp(-m(x,t))$ gearbeitet.

- Einige Modelle wie z.B. das Lee-Carter Modell sind nicht eindeutig bestimmbar.
  - Hier müssen Nebenbedingungen für die Parameter vorgegeben werden.
  - übliche Nebenbedingungen für das Lee-Carter Modell:

    $$\sum_x \beta_x = 1 \qquad \sum_t \kappa_t = 0$$

Kontakt

Dr. Matthias Börger
Senior Consultant
+49 (731) 20644-257
m.boerger@ifa-ulm.de

Schwerpunkte unserer Beratung

Überblick

Life

Produktentwicklung
Biometrische Risiken
Zweitmarkt

Non-Life

Produktentwicklung und Tarifierung
Schadenreservierung
Risikomodellierung

Health

Aktuarieller Unternehmenszins
Leistungsmanagement

Actuarial Consulting

Solvency II ▪ Embedded Value ▪ Asset-Liability-Management
ERM ▪ wert- und risikoorientierte Steuerung ▪ Data-Mining

Projektmanagement ▪ Markteintritt ▪ M&A ▪ strategische Beratung

aktuarielle Großprojekte ▪ aktuarielle Tests
Überbrückung von Kapazitätsengpässen

Actuarial Services

Research

Aus- und Weiterbildung

… weitere Informationen auf den folgenden Folien und unter **www.ifa-ulm.de**

Formale Hinweise

- Dieses Dokument ist in seiner Gesamtheit zu betrachten, da die isolierte Betrachtung einzelner Abschnitte möglicherweise missverständlich sein kann. Entscheidungen sollten stets nur auf Basis schriftlicher Auskünfte gefällt werden. Es sollten grundsätzlich keine Entscheidungen auf Basis von Versionen dieses Dokuments getroffen werden, welche mit „Draft" oder „Entwurf" gekennzeichnet sind. Für Entscheidungen, welche diesen Grundsätzen nicht entsprechen, lehnen wir jede Art der Haftung ab.
- Dieses Dokument basiert auf unseren Marktanalysen und Einschätzungen. Wir haben diese Informationen vor dem Hintergrund unserer Branchenkenntnis und Erfahrung auf Konsistenz hin überprüft. Eine unabhängige Beurteilung bzgl. Vollständigkeit und Korrektheit dieser Information ist jedoch nicht erfolgt. Eine Überprüfung statistischer bzw. Marktdaten sowie mit Quellenangabe gekennzeichneter Informationen erfolgt grundsätzlich nicht. Bitte beachten Sie auch, dass dieses Dokument auf Grundlage derjenigen Informationen erstellt wurde, welche uns zum Zeitpunkt seiner Erstellung zur Verfügung standen. Entwicklungen und Unkorrektheiten, welche erst nach diesem Zeitpunkt eintreten oder offenkundig werden, können nicht berücksichtigt werden. Dies gilt insbesondere auch für Auswirkungen einer möglichen neuen Aufsichtspraxis.
- Unsere Aussagen basieren auf unserer Erfahrung als Aktuare. Soweit wir bei der Erbringung unserer Leistungen im Rahmen Ihrer Beratung Dokumente, Urkunden, Sachverhalte der Rechnungslegung oder steuerrechtliche Regelungen oder medizinische Sachverhalte auslegen müssen, wird dies mit der angemessenen Sorgfalt, die von uns als professionellen Beratern erwartet werden kann, erfolgen. Wenn Sie einen verbindlichen Rat, zum Beispiel für die richtige Auslegung von Dokumenten, Urkunden, Sachverhalten der Rechnungslegung, steuerrechtlichen Regelungen oder medizinischer Sachverhalte wünschen, sollten Sie Ihre Rechtsanwälte, Steuerberater, Wirtschaftsprüfer oder medizinische Experten konsultieren.
- Dieses Dokument wird Ihnen vereinbarungsgemäß nur für die innerbetriebliche Verwendung zur Verfügung gestellt. Die Weitergabe – auch in Auszügen – an Dritte außerhalb Ihrer Organisation sowie jede Form der Veröffentlichung bedarf unserer vorherigen schriftlichen Zustimmung. Wir übernehmen keine Verantwortung für irgendwelche Konsequenzen daraus, dass Dritte auf diese Berichte, Ratschläge, Meinungen, Schreiben oder anderen Informationen vertrauen.
- Jeglicher Verweis auf ifa in Zusammenhang mit diesem Dokument in jeglicher Veröffentlichung oder in verbaler Form bedarf unserer ausdrücklichen schriftlichen Zustimmung. Dies gilt auch für jegliche verbale Informationen oder Ratschläge von uns in Verbindung mit der Präsentation dieses Dokumentes.